 <p style="text-align: center;">Agrupamento de Escolas de Santo António – Parede Escola Básica 2,3 de Santo António</p> <p style="text-align: center;">Teste de Avaliação – VERSÃO 1 – Matemática – 1.º Período</p>	Classificação: _____ O Professor: _____ O Enc. de Educação: _____
	<p>PROPOSTA DE RESOLUÇÃO</p> <p>Professores Susana Lencastre / José Aragão</p>

PARTE 1

1. A tabela 1 mostra o número de alunos que frequentaram os três ciclos do ensino básico durante o ano lectivo de 2007/2008, por tipo de ensino, no território português.

Tabela 1

Tipo de ensino	Ensino Básico		
	1.º Ciclo	2.º Ciclo	3.º Ciclo
Regular	496170	256386	342281
Artístico Especializado (regime integrado)	250	259	263

FONTE: GEPE / Ministério da Educação

- a. Escolhido, ao acaso, um aluno que tenha frequentado o ensino básico em 2007/2008, qual é a probabilidade de ter estado inscrito no 2.º Ciclo do Ensino Básico?

Mostra como chegaste à resposta.

Apresenta o resultado na forma de dízima arredondada às centésimas.

RESOLUÇÃO:

Número de casos possíveis (**NCP**) = $496170 + 256386 + 342281 + 250 + 259 + 263 = 1095609$

Número de casos favoráveis (**NCF**) = $256386 + 259 = 256645$

$$P(\text{"Escolher um aluno inscrito no 2.º ciclo"}) = \frac{256645}{1095609} = 0,234... \cong 0,23$$

RESPOSTA: A probabilidade de ser escolhido um aluno do 2.º ciclo é de **0,23** (valor arredondado às centésimas – 2 casas decimais).

- b. Uma instituição bancária vai oferecer um prémio a um aluno do ensino básico, escolhido ao acaso, que tenha frequentado o ensino artístico especializado (regime integrado) em 2007/2008. Qual é a probabilidade do prémio sair a um aluno do 3.º Ciclo?

Mostra como chegaste à resposta.

Apresenta o resultado na forma de uma percentagem.

RESOLUÇÃO:

Número de casos possíveis (**NCP**) = $250 + 259 + 263 = 772$ (total de alunos do ensino artístico especializado)

Número de casos favoráveis (**NCF**) = 263 (alunos do 3.º ciclo do ensino artístico especializado)

$$P(\text{"Escolher um aluno inscrito no 2.º ciclo"}) = \frac{263}{772} = 0,3406... \cong 0,34 (34\%)$$

RESPOSTA: A probabilidade de ser escolhido um aluno do 3.º ciclo dado estar inscrito no ensino artístico especializado é de **34%** (valor em percentagem).

NOTA: Outros valores correctos: **30%** (arredondado às décimas), **34,1%** (arredondado às centésimas), ...

2. O gerente da **GelEuropa** estima que, no próximo ano de 2010, 20% dos dias sejam “muito quentes”, 40% dos dias sejam “quentes” e os restantes sejam “frios”. Nos dias “muito quentes” e nos dias “quentes” a **GelEuropa** espera fazer bons negócios diários com a venda de gelados; nos restantes dias espera que o negócio, nessa área, seja “regular”.



Em quantos dias de 2010 espera a **GelEuropa** fazer negócio “regular”?.

RESOLUÇÃO:

Percentagem de dias estimada para um negócio “regular” = $100\% - (20\% + 40\%) = 100\% - 60\% = 40\%$

Número de dias do ano de 2010 = 365

$40\% = 0,4$

N.º de dias esperado para um negócio “regular” = $365 \times 0,4 = 146$

RESPOSTA: A empresa esperará ter um negócio regular, em 2010, durante 146 dias.

3. Uma experiência aleatória consiste no “Lançamento simultâneo de dois dados equilibrados com as faces numeradas de 1 a 6”.



- a. Classifica o acontecimento “Saírem dois dados cujas faces têm números iguais”.

RESOLUÇÃO:

Tabela de dupla entrada:

D1 \ D2	1	2	3	4	5	6
1	(1 ; 1)	(1 ; 2)	(1 ; 3)	(1 ; 4)	(1 ; 5)	(1 ; 6)
2	(2 ; 1)	(2 ; 2)	(2 ; 3)	(2 ; 4)	(2 ; 5)	(2 ; 6)
3	(3 ; 1)	(3 ; 2)	(3 ; 3)	(3 ; 4)	(3 ; 5)	(3 ; 6)
4	(4 ; 1)	(4 ; 2)	(4 ; 3)	(4 ; 4)	(4 ; 5)	(4 ; 6)
5	(5 ; 1)	(5 ; 2)	(5 ; 3)	(5 ; 4)	(5 ; 5)	(5 ; 6)
6	(6 ; 1)	(6 ; 2)	(6 ; 3)	(6 ; 4)	(6 ; 5)	(6 ; 6)

RESPOSTA: O acontecimento “Saírem dois dados cujas faces têm números iguais” tem mais do que um caso favorável (neste caso, tem 6 casos favoráveis). Logo, é um acontecimento composto.

- b. Qual é a probabilidade do acontecimento referido na alínea anterior?

RESOLUÇÃO:

Número de casos possíveis (NCP) = 36

Número de casos favoráveis (NCF) = 6

$P(\text{“Saírem dois dados cujas faces têm números iguais”}) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6} = 0,1666... \cong 0,17 (17\%)$

RESPOSTA: A probabilidade é de $\frac{1}{6}$.

NOTA: Outros valores correctos: Qualquer valor equivalente ao dado e arredondado correctamente, desde que não fosse indicado na forma de fracção.

4. Coloca os sinais $<$, $>$, $=$, \in , \notin de modo a obteres proposições verdadeiras.

(\mathbf{N} é o conjunto dos números naturais, \mathbf{Q} é o conjunto dos números racionais e \mathbf{R} é o conjunto dos números reais).

a. $-\frac{5}{4} < -1$

b. $-5 \notin \mathbf{N}$

c. $\pi + 2 > 5,14$

d. $\sqrt{5} \notin \mathbf{Q}$

e. $\frac{1}{7} \in \mathbf{R}$

5. Sejam \mathbf{A} , \mathbf{B} e \mathbf{C} os conjuntos definidos por:

$$\mathbf{A} = \{x \in \mathbf{IR} : x \geq 2\};$$

$$\mathbf{B} =]-1, 1[;$$

$$\mathbf{C} = [1, 5].$$

a. Indica, sob a forma de um intervalo, cada um dos seguintes conjuntos.

i. $\mathbf{A} \cap \mathbf{C} = [2; 5]$

ii. $\mathbf{B} \cup \mathbf{C} =]-1; 5]$

b. Qual é o maior número inteiro que pertence a \mathbf{B} ?

RESPOSTA: É o zero (Nota: O número 1 não pertence ao conjunto, dado que o intervalo é aberto em 1).

c. Indica dois números racionais não inteiros que pertençam ao conjunto \mathbf{C} .

RESPOSTA: Por exemplo: 1,2 e 3,4.

d. Indica dois números irracionais que pertençam ao conjunto \mathbf{C} .

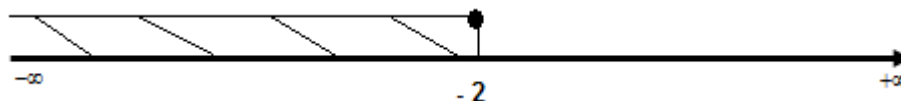
RESPOSTA: Por exemplo: $\sqrt{2}$ e $\sqrt{3}$.

6. Considera a inequação $\frac{x}{6} - \frac{2x-3}{3} \geq 2$.

Qual dos seguintes intervalos é solução da inequação?

RESOLUÇÃO:

$$\begin{aligned} \frac{x}{6} - \frac{2x-3}{3} \geq 2 &\Leftrightarrow x - 4x + 6 \geq 12 \Leftrightarrow x - 4x \geq 12 - 6 \Leftrightarrow -3x \geq 6 \Leftrightarrow 3x \leq -6 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow x \leq \frac{-6}{3} \Leftrightarrow x \leq -2 \end{aligned}$$



RESPOSTA: A alternativa correcta é a **C**.

A. $\mathbf{X} =]-\infty, -2[$

B. $\mathbf{X} =]-2, -\infty[$

C. $\mathbf{X} =]-\infty, -2]$

D. $\mathbf{X} = [-2, -\infty[$

PARTE 2

7. Determina o conjunto-solução de cada uma das seguintes condições, apresentando-o na forma de intervalo de números reais:

a. $\frac{x-1}{2} > 0 \vee -2(x-1) < \frac{15}{2}$

RESOLUÇÃO:

$$\frac{x-1}{2} > 0 \vee -2(x-1) < \frac{15}{2}$$

$$x-1 > 0 \vee -2x+2 < \frac{15}{2}$$

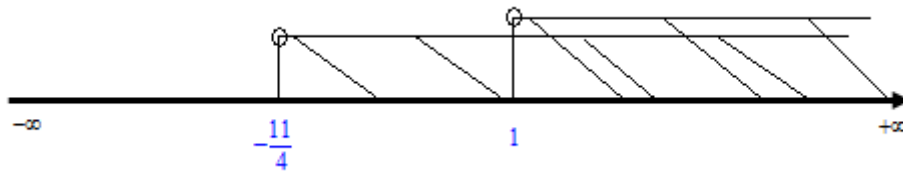
$$x > 1 \vee -4x+4 < 15$$

$$x > 1 \vee -4x < 15-4$$

$$x > 1 \vee -4x < 11$$

$$x > 1 \vee 4x > -11$$

$$x > 1 \vee x > -\frac{11}{4}$$



RESPOSTA: $\left]-\frac{11}{4}; +\infty\right[$ ou $\left]-2,75; +\infty\right[$

b. $0 < 1-3x \leq 2$

RESOLUÇÃO:

$$0 < 1-3x \leq 2$$

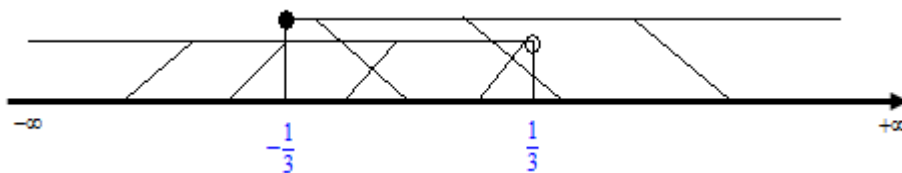
$$0 < 1-3x \wedge 1-3x \leq 2$$

$$3x < 1 \wedge -3x \leq 2-1$$

$$x < \frac{1}{3} \wedge -3x \leq 1$$

$$x < \frac{1}{3} \wedge 3x \geq -1$$

$$x < \frac{1}{3} \wedge x \geq -\frac{1}{3}$$



RESPOSTA: $\left[-\frac{1}{3}; \frac{1}{3}\right]$ ou $\left]-0,(3); 0,(3)\right[$

8. Escreve uma aproximação às centésimas (2 casas decimais) do número irracional $\frac{\sqrt{7}-1}{6}$.

RESOLUÇÃO:

$$\frac{\sqrt{7}-1}{2} = 0,274\dots \cong 0,27 \text{ (aproximação às centésimas).}$$

RESPOSTA: O valor pedido é **0,27**.

9. Considera o seguinte sistema de duas equações a duas incógnitas:
$$\begin{cases} 2x = -2(1-y) \\ y+1 = \frac{x}{2} \end{cases}$$

a. Determine o par ordenado (x, y) que é solução do sistema dado (método analítico).

RESOLUÇÃO:

$$\begin{aligned} \begin{cases} 2x = -2(1-y) \\ y+1 = \frac{x}{2} \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} 2x = -2+2y \\ 2y+2 = x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2y = -2-2x \\ 2y = x-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2y = 2+2x \\ y = \frac{x-2}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{2+2x}{2} \\ y = \frac{x-2}{2} \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} \text{-----} \\ \frac{2+2x}{2} = \frac{x-2}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \text{-----} \\ 2+2x = x-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \text{-----} \\ 2x-x = -2-2 \end{cases} \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow \begin{cases} \text{-----} \\ x = -4 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{2+2 \times (-4)}{2} \\ \text{-----} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{2-8}{2} \\ \text{-----} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{-6}{2} \\ \text{-----} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -3 \\ x = -4 \end{cases} \end{aligned}$$

RESPOSTA: A solução do sistema é o par ordenado $(-4, -3)$.

b. Resolve geometricamente o sistema.

RESOLUÇÃO:

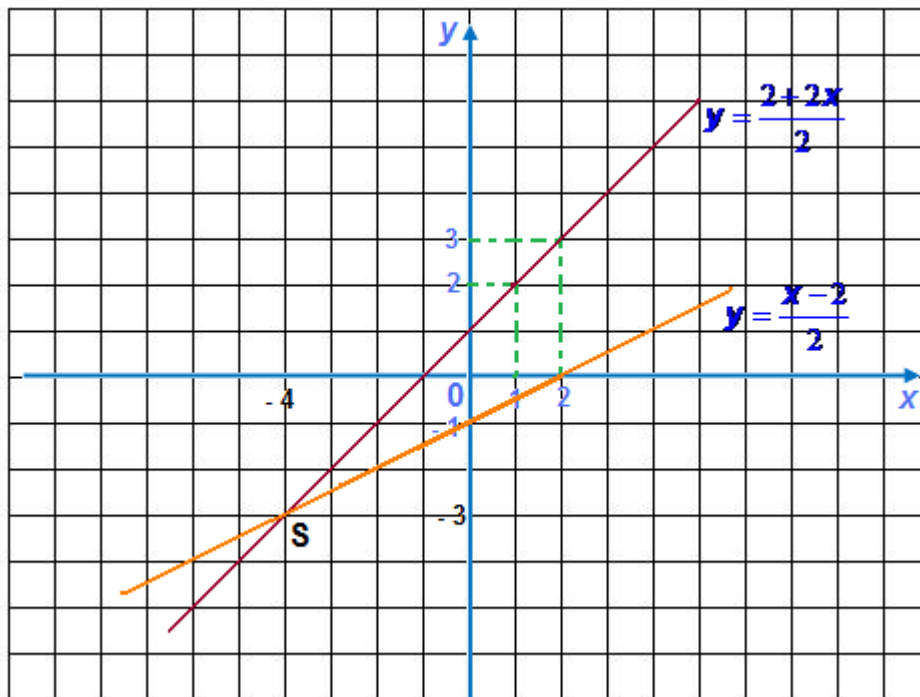
Podem partir-se do sistema anterior na forma:
$$\begin{cases} y = \frac{2+2x}{2} \\ y = \frac{x-2}{2} \end{cases}$$
 (equações resolvidas em ordem à incógnita y).

Tabelas de valores:

x	$y = \frac{2+2x}{2}$	(x, y)
1	$\frac{2+2 \times 1}{2} = 2$	(1, 2)
2	$\frac{2+2 \times 2}{2} = 3$	(2, 3)

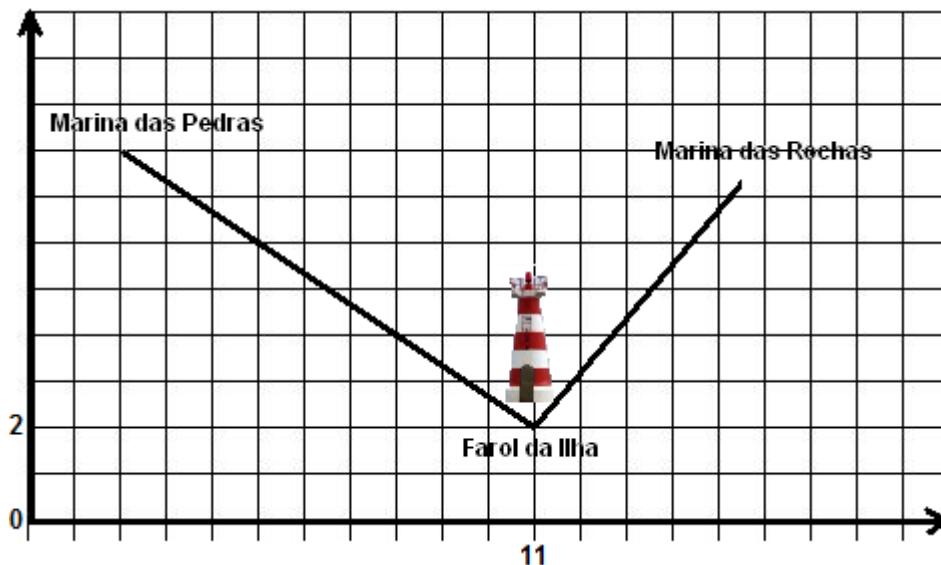
x	$y = \frac{x-2}{2}$	(x, y)
0	$\frac{0-2}{2} = -1$	(0, -1)
2	$\frac{2-2}{2} = 0$	(2, 0)

Representação gráfica:



RESPOSTA: A solução do sistema é o par ordenado $(-4, -3)$.

10. Um farol está situado na posição indicada na figura abaixo.



Entre as duas marinas e o farol existem rotas rectilíneas que podem ser representadas pelas seguintes equações:

Rota da Marina das Pedras: $y = -\frac{2x-28}{3}$

Rota da Marina das Rochas: $y = x-9$

Sabendo que o **Farol da Ilha** se encontra exactamente no cruzamento das duas rotas indicadas, escreve as **coordenadas** do **Farol da Ilha** e verifica que as mesmas correspondem à solução do

sistema:
$$\begin{cases} y = -\frac{2x-28}{3} \\ y = x-9 \end{cases}$$

RESPOSTA:

As coordenadas do Farol da Ilha são (11, 2).

Verificação da solução do sistema dado:

$$\begin{cases} 2 = -\frac{2 \times 11 - 28}{3} \\ 2 = 11 - 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 = -\frac{22 - 28}{3} \\ 2 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 = -\frac{-6}{3} \\ 2 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 = 2 \text{ (Prop. Verdadeira)} \\ 2 = 2 \text{ (Prop. Verdadeira)} \end{cases}$$

FIM